

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ ГЕЛЬМГОЛЬЦА

NUMERICAL SOLUTION OF THE NONLINEAR HELMHOLTZ EQUATION

Барух Г.¹, Фибих Г.², Цынков С.³

¹ *Тель-Авивский Университет, Тель-Авив, Израиль;*
guybar@post.tau.ac.il

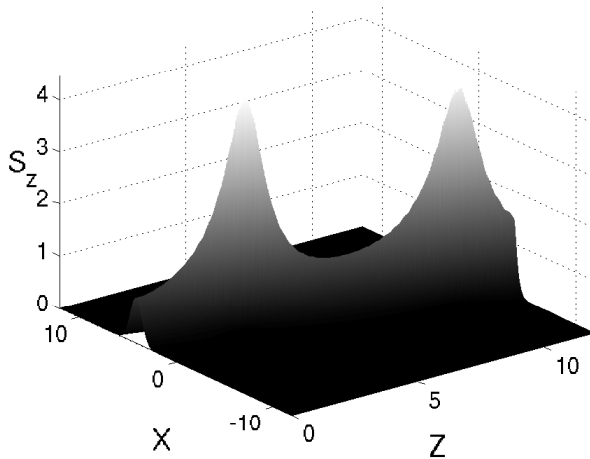
² *Тель-Авивский Университет, Тель-Авив, Израиль;*
fibich@post.tau.ac.il

³ *Университет Штата Северная Каролина, Ралейх, Северная
Каролина, США; tsynkov@math.ncsu.edu*

Нелинейное уравнение Гельмгольца описывает распространение интенсивных пучков лазерного излучения в (прозрачных) диэлектриках типа Керра, когда основным явлением, представляющим интерес с точки зрения физики, является самофокусировка. В докладе будет описан разностный метод высокого порядка точности для решения этого уравнения, позволяющий проводить расчеты в том числе и для сред с разрывными оптическими характеристиками. Метод использует компактные разности четвертого порядка, включая односторонние компактные разности для аппроксимации условий на поверхностях разрыва. Ключевыми элементами метода являются высокоточные нелокальные искусственные краевые условия, обеспечивающие прозрачность внешних границ для всех исходящих волн и одновременно задающие входящие лазерные пучки, а также способ решения получающейся системы разностных уравнений, основанный на линеаризации по Ньютону и требующий специального подхода из-за того, что нелинейность типа Керра недифференцируема для комплекснозначных решений.

Предлагаемый метод эффективен для исследования важного и долго остававшегося нерешенным вопроса в нелинейной оптике, а именно вопроса о возникновении особенности решения в случае, когда рассеяние света в среде предполагается направленным преимущественно вперед (так называемое параксиальное приближение). Впервые удалось получить решения без особенности для тех режимов, для которых решение в параксиальном приближении, которое описывается нелинейным уравнением Шредингера, перестает существовать уже на конеч-

ных длинах распространения пучка. Кроме того, были рассчитаны решения в виде «узких» (порядка одной длины волны) непараксиальных солитонов, а также промоделированы взаимодействия («столкновения») между такими солитонами.



На рисунке представлено решение нелинейного уравнения Гельмгольца (плотность потока энергии электромагнитного поля) с двумя циклами фокусировки-дефокусировки, полученное для случая, когда энергия падающего лазерного пучка на 28% превосходит критическое значение, при котором в решении нелинейного уравнения Шредингера образуется особенность.

Работа третьего автора выполнялась при поддержке Национального Научного Фонда США, гранты # DMS-0509695 и # DMS-0810963, и Бюро Научных Исследований ВВС США, грант # FA9550-07-1-0170.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Baruch G., Fibich G., and Tsynkov S.* High-Order Numerical Method for the Nonlinear Helmholtz Equation with Material Discontinuities in One Space Dimension // *J. Comput. Phys.* 2007. Т. 227. С. 820–850.
2. *Baruch G., Fibich G., and Tsynkov S.* Simulations of the Nonlinear Helmholtz Equation: Arrest of Beam Collapse, Nonparaxial Solitons, and Counter-Propagating Beams // *Optics Express.* 2008. Т. 16. №. 17. С. 13323–13329.
3. *Baruch G., Fibich G., and Tsynkov S.* A High-Order Numerical Method for the Nonlinear Helmholtz Equation in Multidimensional Layered Media // *J. Comput. Phys.* В печати.